

Processus à plusieurs réversions à la moyenne : Approches analytiques et statistiques

Résumé Cette thèse traite de la théorie et des applications des équations différentielles stochastiques (EDS), en se concentrant particulièrement sur l'estimation des paramètres et le comportement des processus aux coefficients discontinus. La première partie introduit un estimateur pour les paramètres du processus d'Ornstein-Uhlenbeck (OU), construit à partir d'observations du supremum d'une unique trajectoire. Une fois l'expression analytique pour la densité du supremum établie, nous procédons à la construction d'un estimateur en utilisant une méthode de pseudo-vraisemblance. Les propriétés statistiques de cet estimateur, à savoir la consistance et la normalité asymptotique, sont établies en utilisant des propriétés de faible dépendance de l'échantillon d'observations. L'efficacité de notre estimateur est démontrée à travers son application à des données simulées et réelles. De plus, nous étudions le comportement des fonctions Paraboliques Cylindrique, qui sont impliquées dans la loi du supremum de l'OU. Plus précisément, nous étudions les μ -zéros de la fonction $\mu \mapsto D_\mu(z)$ par rapport à la variable réelle z . Nous établissons une formule pour la dérivée d'un zéro et fournissons un développement asymptotique pour de grands z positifs. La deuxième partie développe la théorie des processus solutions des EDS à coefficients discontinus. Après avoir introduit le processus d'Ornstein-Uhlenbeck à seuil (T-OU), nous établissons des expressions analytiques pour la densité de probabilité de transition et la densité de premier temps d'atteinte pour le processus tué. Ensuite, le processus CKLS avec seuil (T-CKLS) est introduit et nous nous concentrons sur l'estimation de ses paramètres de dérive et de volatilité en utilisant des observations d'une seule trajectoire. L'analyse du comportement asymptotique des estimateurs de maximum de vraisemblance et de quasi-maximum de vraisemblance pour les paramètres de dérive, ainsi qu'un estimateur de volatilité, est effectuée. Les propriétés statistiques sont obtenues à partir d'observations continues et à haute fréquence en temps long. Enfin, la pertinence d'une modélisation à plusieurs seuils est mise en évidence à travers des applications à des données simulées et réelles.

Mots clés: OU, CIR, CKLS, loi du supremum, estimation des paramètres, pseudo-vraisemblance, normalité asymptotique, premier temps d'atteinte, processus auto-excitant, maximum de vraisemblance, diffusion à seuils.

Multi-Mean Reverting Processes: Analytical and Statistical Approaches

Abstract This thesis explores the theory and application of stochastic differential equations (SDEs), with a particular focus on parameter estimation and the behavior of processes with discontinuous coefficients. The first part focuses on the Ornstein-Uhlenbeck (OU) process. We introduce an estimator for the OU parameters based on supremum observations of one trajectory. We derive an analytic expression for the supremum density and build an estimator using a pseudo-likelihood method. The statistical properties of this estimator, including consistency and asymptotic normality, are established using weak-dependence results. The effectiveness of our estimator is demonstrated through its application to both simulated and real data. Additionally, we explore the behavior of

Parabolic Cylinder functions, which are involved in the law of the OU supremum. Specifically, we investigate the μ -zeros of the function $\mu \mapsto D_\mu(z)$ with respect to the real variable z , establishing a formula for the derivative of a zero and providing an asymptotic expansion for large positive z . The second part investigates processes governed by SDEs with discontinuous coefficients. Introducing the threshold Ornstein-Uhlenbeck (T-OU) process, we provide explicit expressions for transition probability density and first hitting time density for the killed process. Then, we introduce the threshold CKLS (T-CKLS) process and focus on estimating its parameters using observations of a single trajectory. We study the asymptotic behavior of maximum likelihood and quasi-maximum likelihood estimators for drift parameters, as well as a volatility estimator. Some statistical properties under continuous and high-frequency observations over long time horizons are derived. Finally, we highlight the relevance of multiple thresholds through applications to simulated and real data.

Keywords: OU, CIR, CKLS, supremum law, parameters estimation, pseudo-likelihood, asymptotic normality, hitting time, self-exciting process, maximum likelihood, thresholds diffusion.