

Title: Temporal and Spatial Features of the Turbulent Kinetic Energy Cascade

Abstract: Three-dimensional turbulence is characterised by a multi-scale mechanism in which the energy injected by external forcing and/or boundary conditions is transferred to smaller scales, where it is dissipated into heat by molecular viscosity. Although this energy cascade is a commonly accepted conceptual picture of turbulence, providing the basis for statistical theory, its precise understanding is yet missing. This thesis consists of three parts and investigates the turbulent kinetic energy cascade from time, space, and scale-point of view.

The first part discusses quasi-cyclic temporal behaviour observed in turbulence driven by a steady forcing. To construct a minimal three-equation model reproducing quasi-cyclic behaviour, lower-Reynolds-number periodic flow is decomposed into scales representing the external forcing, energetic modes, and energy dissipation. Furthermore, the similarity between this low-dimensional model and turbulence is assessed using phase-space orbits and bifurcation analysis.

The second part discusses the physical-space locality of nonlinear interactions in turbulence. More specifically, the relation between the spatial locality and the multi-scale nature of nonlinear interactions is discussed using a system in which the nonlinear term of the Navier-Stokes equations is restricted in a space-local sense. The results show that the nonlinear interactions restricted to a space-local domain of radius R can sustain the energy cascade for wavenumbers $\gtrsim 1/R$.

The third part discusses nonequilibrium scaling of turbulence induced by large-scale fluctuations. First, large-scale inhomogeneity is considered as a perturbation around the $k^{-5/3}$ wavenumber scaling of the energy spectrum, allowing us to derive a nonequilibrium scaling correction proportional to $k^{-7/3}$. This nonequilibrium scaling, decaying faster than the equilibrium scaling as a function of the wavenumber, is confirmed numerically. Furthermore, by applying the same methodology for large-scale inhomogeneity and unsteadiness, a unified description of the scaling law between the fluctuations of the normalised energy dissipation rate and the Reynolds number is proposed.

Keywords: Energy cascade, unsteady turbulence, inhomogeneous turbulence, direct numerical simulation

Titre: Caractéristiques Temporelles et Spatiales de la Cascade d'Énergie Cinétique Turbulente

Résumé: La turbulence tridimensionnelle est caractérisée par un mécanisme multi-échelle dans lequel l'énergie injectée par un forçage externe et/ou des conditions aux limites est transférée à des échelles plus petites jusqu'à ce qu'elle soit dissipée en chaleur par la viscosité moléculaire. Bien que cette cascade d'énergie soit une image conceptuelle communément acceptée, fournissant la base de la théorie statistique de la turbulence, sa compréhension précise fait encore défaut. Cette thèse se compose de trois parties et étudie la cascade d'énergie cinétique turbulente du point de vue du temps, de l'espace et de l'échelle.

La première partie traite du comportement temporel quasi-cyclique observé dans un écoulement turbulent maintenu par un forçage constant. Pour construire un modèle minimal à trois équations reproduisant un comportement quasi-cyclique, l'écoulement à faible nombre de Reynolds est décomposé en échelles représentant le forçage externe, les modes énergétiques et la dissipation d'énergie. De plus, la similitude entre ce modèle à basse dimension et la turbulence est évaluée à l'aide d'orbites dans l'espace des phases et d'une analyse de bifurcation.

La deuxième partie discute la localité dans l'espace physique des interactions non linéaires dans la turbulence. Plus précisément, la relation entre la localité spatiale et la nature multi-échelle des interactions non linéaires est examinée à l'aide d'un système dans lequel le terme non linéaire des équations de Navier-Stokes est restreint dans l'espace. Les résultats montrent que les interactions

non linéaires restreintes à un domaine spatial local de rayon R peuvent entretenir la cascade d'énergie à des nombres d'onde $\gtrsim 1/R$.

La troisième partie discute le comportement hors équilibre de la turbulence induite par des fluctuations à grande échelle. Tout d'abord, l'inhomogénéité à grande échelle est considérée comme une perturbation autour de du spectre d'énergie d'équilibre (proportionnel à $k^{-5/3}$), ce qui nous permet de dériver une correction proportionnelle à $k^{-7/3}$. Cette correction, qui décroît plus rapidement que le spectre d'équilibre (en fonction du nombre d'ondes), est confirmée numériquement. De plus, en appliquant la même méthodologie pour l'inhomogénéité et l'instabilité, une description unifiée de la relation entre les fluctuations du taux de dissipation d'énergie normalisé et le nombre de Reynolds sont proposés.

Mots clés: Cascade d'énergie, turbulence instationnaire, turbulence inhomogène, simulation numérique directe